

การวิเคราะห์ค่าการทรุดตัวของชั้นดินเหนียวเนื่องจากการลดระดับของน้ำบาดาล  
ด้วยวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์

SETTLEMENT ANALYSIS OF CLAY LAYER CAUSED BY GROUNDWATER  
WITHDRAWAL BY FINITE DIFFERENCE METHOD

สุธรรม โรจนเมฆา (Sutham Rotchanamekha)<sup>1</sup>

วรากร ไม้เรียง (Warakorn Mairaing)<sup>2</sup>

<sup>1</sup>นิสิตปริญญาเอก ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, email: suthamr@yahoo.com

<sup>2</sup>รองศาสตราจารย์ ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, email: mairaing@yahoo.com

**บทคัดย่อ :** การทรุดตัวที่เกิดขึ้นเป็นพื้นที่บริเวณกว้างในเขตกรุงเทพฯ และปริมณฑลส่วนใหญ่เกิดขึ้นเนื่องจากการสูบน้ำบาดาลขึ้นมาใช้จำนวนมากจนทำให้ระดับน้ำบาดาลลดลงโดยไม่มีการคืนตัว โดยในช่วงระหว่างปี พ.ศ. 2518-2522 พื้นที่บริเวณใจกลางกรุงเทพฯ และชานเมืองด้านตะวันออกมีอัตราการลดลงของระดับน้ำมากกว่า 3 เมตร/ปี ทำให้ในช่วงระหว่างปี พ.ศ. 2521-2527 พื้นที่ดังกล่าวมีอัตราการทรุดตัว 5-10 ซม./ปี และมากกว่า 10 ซม./ปี ตามลำดับ ปัจจุบันถึงแม้ว่าอัตราการทรุดตัวในบริเวณใจกลางกรุงเทพฯ ได้ลดลงแล้ว แต่บริเวณกรุงเทพฯ รอบนอกและปริมณฑลปริมาณการทรุดตัวยังคงอยู่ในอัตราที่สูงบางแห่งมากกว่า 3 ซม./ปี ซึ่งในการวิเคราะห์ค่าการทรุดตัวเนื่องจากการลดระดับของน้ำบาดาลจะมีหลายวิธีด้วยกัน โดยแต่ละวิธียึดหลักการพื้นฐานทฤษฎีการยุบอัดตัวคายน้ำ 1 มิติของ Terzaghi เหมือนกัน บทความนี้นำเสนอวิธีการคำนวณค่าการทรุดตัวของชั้นดินเหนียวโดยใช้ Finite Difference ช่วยในการวิเคราะห์ค่าแรงดันน้ำส่วนเกินหลังจากที่มีการลดระดับของน้ำบาดาลโดยการประมาณค่า partial derivative ของสมการยุบอัดตัวคายน้ำ 1 มิติที่อยู่ในรูปของ Partial Differential Equation ให้อยู่ในรูปของ Difference Equation ธรรมดาที่ง่ายต่อการคำนวณ จากการเปรียบเทียบกับผลการวิเคราะห์ด้วยวิธี Exact Analysis ให้ผลใกล้เคียงกันมาก วิธีการนี้เป็นวิธีที่ง่ายและสะดวกรวดเร็วเหมาะสำหรับการวิเคราะห์ค่าการทรุดตัวในลักษณะเป็นพื้นที่เพื่อแสดงผลในระบบ GIS

**ABSTRACT :** Land subsidence in Bangkok and its vicinity area occurred due to groundwater withdrawal. During 1975-1979, groundwater lowered at least 3 m/year in the central and eastern portion of Bangkok area. In 1978-1984, the settlement rate showed in the range 5-10 cm/year and more than 10 cm/year in these areas respectively. Although at the present, the settlement rate have gradually decreased on the central Bangkok but on the outskirts area the rate is still more than 3 cm/year. There are many methods to analyze the settlement due to groundwater withdrawal. All of them are based on the Terzaghi one-dimensional consolidation theory. This paper presents the method of settlement analysis of clay layer due to groundwater withdrawal by using the Finite Difference. The excess pore water pressure at various time intervals in clay layer can be analyzed after groundwater withdrawal. The Terzaghi one-dimensional consolidation equation is changed to the difference equation by derivative approximation. This method is relatively easy and close to exact solution. It use properly to analyze the area settlement for GIS system resulting.

**KEYWORDS :** Settlement Analysis, Groundwater Withdrawal, Finite Difference Method

## 1. บทนำ

สาเหตุของการทรุดตัวของพื้นดินในกรุงเทพฯ และปริมณฑลส่วนใหญ่เกิดขึ้นเนื่องจากการสูบน้ำบาดาลขึ้นมาใช้จำนวนมากจนเกินปริมาณสมดุลที่น้ำจากแหล่งน้ำธรรมชาติจะไหลเข้ามาทดแทนได้ทัน ทำให้ระดับน้ำบาดาลลดลงอย่างต่อเนื่องและไม่มีการคืนตัว จากข้อมูลการใช้น้ำบาดาลในปี พ.ศ. 2517 พบว่ามีการสูบน้ำบาดาลขึ้นมาใช้ทั้งในหน่วยงานของรัฐและเอกชนรวมกันประมาณ 7 แสนลบ.ม./วัน และเพิ่มขึ้นเป็นประมาณ 1.4 ล้านลบ.ม./วัน ในปี พ.ศ. 2527 ทำให้เกิดการทรุดตัวของแผ่นดินเป็นพื้นที่บริเวณกว้าง โดยพื้นที่ที่มีการทรุดตัวสูงสุดจะเป็นพื้นที่ที่มีอัตราการใช้น้ำบาดาลมากที่สุดซึ่งอยู่ในเขตพื้นที่บางกะปิ บริเวณหัวหมาก วัดค่าการทรุดตัวสูงสุดได้ประมาณ 2.40 เมตร ในระยะเวลา 70 ปี ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2476-2546

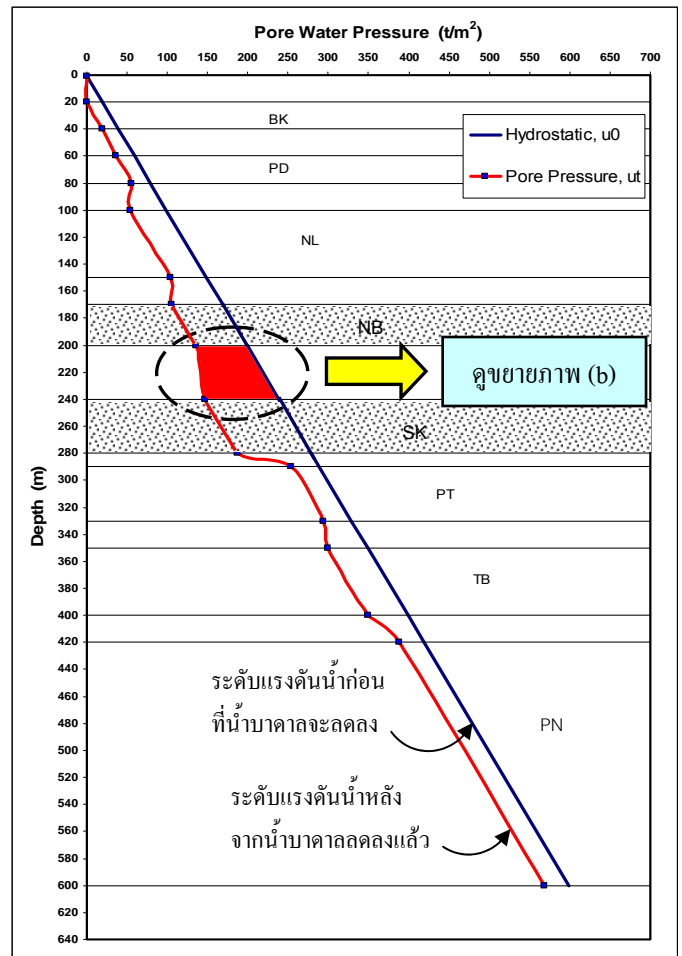
ปัจจุบัน (2546) กรุงเทพฯ และปริมณฑลยังคงมีการทรุดตัวเกิดขึ้นด้วยอัตรา 1.5-3.5 cm/ปี ทั้งนี้เนื่องจากบริเวณพื้นที่ดังกล่าวยังคงมีการสูบน้ำบาดาลขึ้นมาใช้ด้วยอัตราการสูบน้ำมากกว่า 1 ล้านลบ.ม./วัน การคำนวณหาค่าการทรุดตัวที่เกิดขึ้นเนื่องจากการลดระดับของน้ำบาดาลนี้มีหลายวิธี โดยแต่ละวิธีต่างก็อาศัยหลักการพื้นฐานมาจากทฤษฎีการยุบอัดตัวคายน้ำแบบ 1 มิติของ Terzaghi วิธี Finite Difference ก็เป็นวิธีหนึ่งที่สามารถใช้วิเคราะห์ค่าการทรุดตัวได้โดยการประมาณค่าแรงดันน้ำส่วนเกินภายในชั้นดินเหนียวหลังจากที่มีการลดระดับของน้ำบาดาล สมการของแรงดันน้ำส่วนเกินนี้จะอยู่ในรูปของ Partial Differential Equation การหาคำตอบของสมการนี้ด้วยวิธี Exact Solution จะมีความยุ่งยากและซับซ้อนมาก การใช้ Finite Difference ช่วยในการวิเคราะห์จะช่วยลดปัญหาเหล่านี้ได้และให้ผลใกล้เคียงกับคำตอบที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยวิธี Exact Analysis

## 2. กลไกการทรุดตัวของชั้นดินเหนียวเนื่องจากการลดระดับของน้ำบาดาล

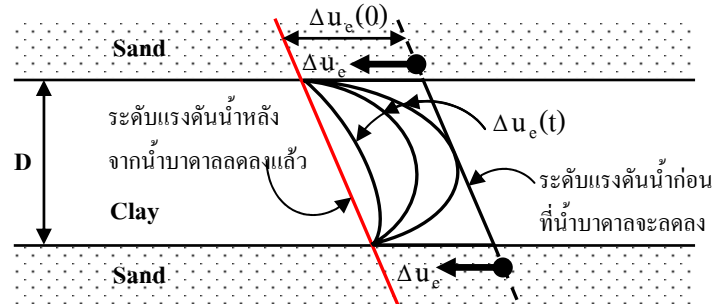
จากภาพที่ 1 เมื่อระดับน้ำบาดาลลดลงแรงดันน้ำภายในชั้นดินก็จะลดลงด้วย แต่เนื่องจากคุณสมบัติการระบายน้ำของชั้นดินเหนียวช้ากว่าจากชั้นทรายมากทำให้มีแรงดันน้ำค้างอยู่ในชั้นดินเหนียวเกิดเป็นแรงดันน้ำส่วนเกิน (Excess Pore Water Pressure,  $u_e$ ) ถ้าการลดลงของระดับน้ำบาดาลหยุดนิ่งค่า  $u_e$  นี้จะลดลงเรื่อยๆ ตามระยะเวลาช้าหรือเร็วขึ้นอยู่กับคุณสมบัติด้านความซึมน้ำ

ของชั้นดินเหนียว ในขณะที่  $u_e$  ถูกระบายออกไปแรงดันลอยตัวของน้ำซึ่งช่วยพยุงอนุภาคของเม็ดดินไว้ก็จะลดลงด้วย ทำให้ช่องว่างระหว่างเม็ดดินลดลงและอนุภาคของเม็ดดินอยู่ใกล้ชิดกันมากขึ้นเกิดหน่วยแรงประสิทธิผลภายในชั้นดินเหนียวเพิ่มมากขึ้น ( $\Delta\sigma'$ ) โดยที่ไม่มีน้ำหนักจากภายนอกกระทำแต่เป็นน้ำหนักของชั้นดินเองและเกิดการทรุดตัวชั้นดินตามมา

ถ้า  $u_e$  นี้ นอกจากจะเปลี่ยนแปลงลดลงตามระยะเวลาแล้วยังเปลี่ยนแปลงตามระยะความลึก (z) อีกด้วย ดังนั้นค่า  $u_e$  จึงเป็นฟังก์ชันกับค่า z และ t, [ $u_e(z,t)$ ]



(a)



(b)

ภาพที่ 1 ระดับแรงดันน้ำที่ลดลงเนื่องจากการสูบน้ำบาดาลในชั้นน้ำต่าง ๆ บริเวณเขตบางขุนเทียน ตั้งแต่อดีตถึงปี พ.ศ. 2546

### 3. วิธีการวิเคราะห์

#### 3.1 แรงดันน้ำส่วนเกิน

หลักการวิเคราะห์การทรุดตัวของชั้นดินเหนียวโดยทั่วไปจะอาศัยหลักการพื้นฐานทฤษฎีการยุบอัดตัวคายน้ำแบบ 1 มิติ ของ Terzaghi ซึ่งได้เสนอสมการของการยุบอัดตัวคายน้ำแบบ 1 มิติ ในรูปของ Partial Differential Equation ดังแสดงในสมการที่ (1)

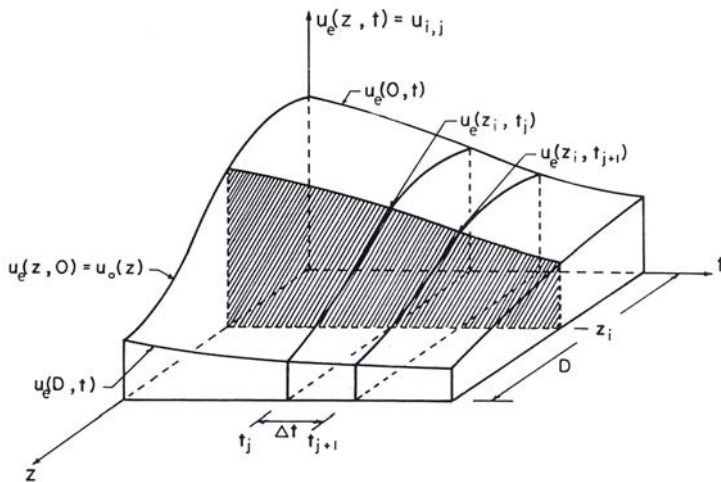
$$\frac{\partial u_e}{\partial t} = C_v \frac{\partial^2 u_e}{\partial z^2} \quad (1)$$

โดยที่  $u_e$  = แรงดันน้ำส่วนเกินภายในชั้นดินเหนียว

$C_v$  = ส.ป.ส. ของการยุบอัดตัวคายน้ำ

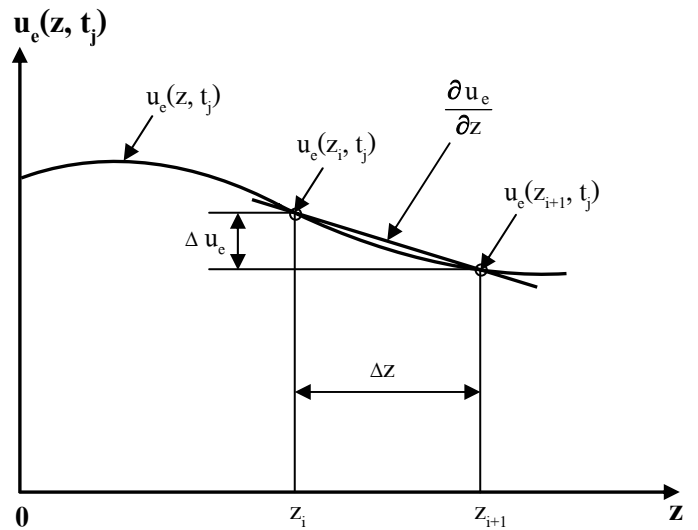
$z$  = ระยะความลึกจากผิวบนของชั้นดินเหนียว

$t$  = ระยะเวลา



ภาพที่ 2 กราฟพื้นผิว 3 มิติแสดงการกระจายตัวของแรงดันน้ำส่วนเกินซึ่งเปลี่ยนแปลงตามระยะความลึกและเวลา

สมมติให้กราฟการกระจายตัวของแรงดันน้ำส่วนเกินในสมการที่(1) เป็นดังแสดงในภาพที่ 2 ซึ่งเป็นกราฟพื้นผิว 3 มิติ โดยมีแกนในระนาบราบแสดงค่าเวลา (t) และระดับความลึก (z) ส่วนแกนในแนวตั้งแสดงค่าแรงดันน้ำส่วนเกิน  $[u_e(z,t)]$  และระยะ D คือความหนาของชั้นดินเหนียว พิจารณาระนาบในแนวตั้งซึ่งขนานกับแกนความลึก z และตัดแกนเวลาที่เวลา  $t_j$  ทุกๆ จุดบนเส้นกราฟของระนาบนี้แสดงการเปลี่ยนแปลงแรงดันน้ำส่วนเกินเทียบกับระดับความลึก z ใดๆ ณ เวลา  $t_j$  หรือเขียนให้อยู่ในรูปของ partial derivative ได้ คือ  $\frac{\partial u_e}{\partial z}$  โดยอาศัยวิธี Forward Finite Difference สามารถประมาณค่า  $\frac{\partial u_e}{\partial z}$  ได้ดังแสดงในภาพที่ 3 และสมการที่ (2)



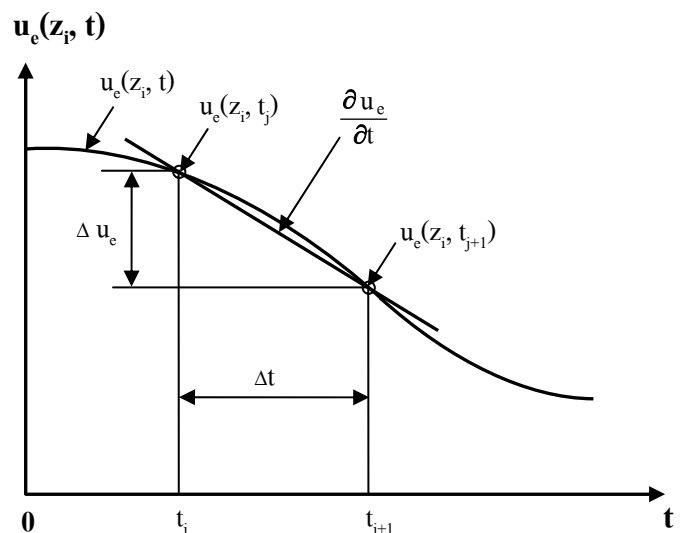
ภาพที่ 3 การประมาณค่า partial derivative ของแรงดันน้ำส่วนเกินเทียบกับความลึก z ที่เวลา  $t_j$

$$\frac{\partial u_e}{\partial z} = \frac{u_e(z_{i+1}, t_j) - u_e(z_i, t_j)}{\Delta z} \quad (2)$$

โดยที่  $z_{i+1} - z_i = \Delta z$

ในกรณีของ second order partial derivative,  $\frac{\partial^2 u_e}{\partial z^2}$  สามารถประมาณค่าได้โดยใช้วิธี Forward และ Backward Difference ดังแสดงในสมการที่ (3)

$$\frac{\partial^2 u_e}{\partial z^2} = \frac{u_e(z_{i+1}, t_j) - 2u_e(z_i, t_j) + u_e(z_{i-1}, t_j)}{\Delta z^2} \quad (3)$$



ภาพที่ 4 การประมาณค่า partial derivative ของแรงดันน้ำส่วนเกินเทียบกับความเวลาที่ความลึก  $z_i$

ในการทำงานเดียวกันเมื่อพิจารณาระนาบในแนวตั้งซึ่งขนานกับแกนเวลา t และตัดแกนความลึก z ที่ระยะ  $z_i$  ดังแสดงในภาพที่ 2

ทุกๆ จุดบนเส้นกราฟระนาบนี้แสดงการเปลี่ยนแปลงแรงดันน้ำ ส่วนเกินที่ระยะความลึก  $z_i$  เทียบกับเวลา  $t$  ใดๆ หรือเขียนในรูปของ partial derivative ได้คือ  $\frac{\partial u_e}{\partial t}$  โดยอาศัยวิธี Forward Finite Difference สามารถประมาณค่า  $\frac{\partial u_e}{\partial t}$  ได้ดังแสดงในภาพที่ 4 และสมการที่ (4)

$$\frac{\partial u_e}{\partial t} = \frac{u_e(z_i, t_{j+1}) - u_e(z_i, t_j)}{\Delta t} \quad (4)$$

โดยที่  $t_{j+1} - t_j = \Delta t$

และเพื่อความสะดวกในการเขียนสัญลักษณ์ของแรงดันน้ำส่วนเกินซึ่งเป็นฟังก์ชันกับค่า  $z$  และ  $t$  ดังนั้นจึงเขียนสมการที่ (3) และ (4) ใหม่ได้ดังนี้

$$\frac{\partial^2 u_e}{\partial z^2} = \frac{u_{e_{i+1,j}} - 2u_{e_{i,j}} + u_{e_{i-1,j}}}{\Delta z^2} \quad (5)$$

$$\frac{\partial u_e}{\partial t} = \frac{u_{e_{i,j+1}} - u_{e_{i,j}}}{\Delta t} \quad (6)$$

โดยที่  $u_{e_{i,j}} = u_e(z_i, t_j)$

แทนค่าสมการที่ (5) และ (6) ในสมการที่ (1) ได้

$$u_{e_{i,j+1}} = \alpha u_{e_{i+1,j}} + (1-2\alpha)u_{e_{i,j}} + \alpha u_{e_{i-1,j}} \quad (7)$$

โดยที่  $\alpha = \frac{C_v \Delta t}{\Delta z^2}$

$C_v$  = สัมประสิทธิ์การยุบอัดตัวคายน้ำ

$\Delta t$  = ช่วงระยะเวลาระหว่าง  $t_j$  กับ  $t_{j+1}$

$\Delta z$  = ช่วงระยะความลึกระหว่าง  $z_i$  กับ  $z_{i+1}$

ดังนั้นจะเห็นได้ว่าจากสมการการยุบอัดตัวคายน้ำแบบ 1 มิติของ Terzaghi ซึ่งอยู่ในรูปของ Partial Differential Equation ในสมการที่ (1) สามารถหาคำตอบของสมการคือ ค่าแรงดันน้ำส่วนเกินที่ตำแหน่งและเวลาใดๆ ได้โดยง่ายจากสมการที่ (7) ซึ่งอยู่ในรูปของ Difference Equation ธรรมดา ค่า  $u_{e_{i,j+1}}$  คือ ค่าแรงดันน้ำส่วนเกินที่ตำแหน่ง  $z_i$  และเวลา  $t_{j+1}$  จะหาได้ต้องรู้ค่า  $u_{e_{i+1,j}}$ ,  $u_{e_{i,j}}$  และ  $u_{e_{i-1,j}}$  ซึ่งก็คือค่าแรงดันน้ำส่วนเกินที่เวลา  $t_j$  ณ ตำแหน่ง  $z_{i+1}$ ,  $z_i$  และ  $z_{i-1}$  ตามลำดับ โดยสามารถหาค่าเหล่านี้ได้จาก Initial Condition และ Boundary Condition ต่อไปนี้

1. ที่เวลาเริ่มต้น ( $t=0$ );  $u_e(z,0) = \Delta \sigma'$

2. ในกรณีที่ผิวบนและผิวล่างของชั้นดินเหนียวสามารถ

ระบายน้ำได้อย่างอิสระ (Free Drainage);

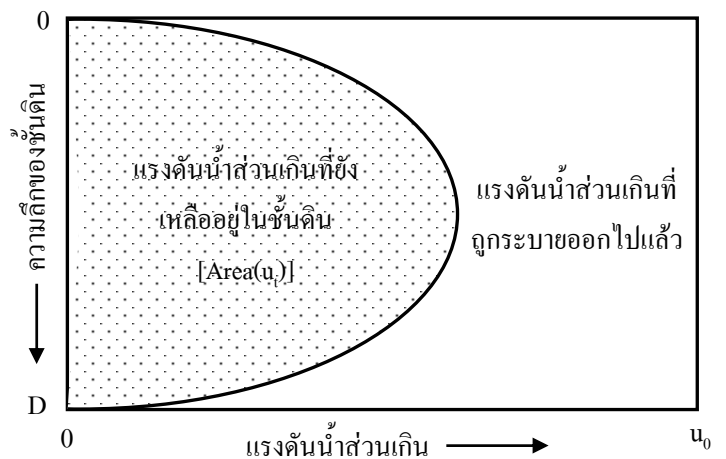
$$u_e(0,t) = u_e(D,t) = 0 \quad \text{เมื่อ } t > 0$$

3. ในกรณีที่ผิวบนหรือผิวล่างของชั้นดินเหนียวไม่สามารถระบายน้ำได้ (No Drainage);  $\frac{\partial u_e}{\partial z} = 0$

การหาค่าแรงดันน้ำส่วนเกินด้วยวิธี Finite Difference นี้เป็นการประมาณค่าจากผลต่างของแรงดันน้ำส่วนเกินระหว่างจุดที่อยู่ใกล้เคียงกัน ณ เวลาก่อนหน้าที่ต้องการ ดังนั้นความถูกต้องแม่นยำของคำตอบที่ได้จึงขึ้นอยู่กับขนาดของ  $\Delta z$  และ  $\Delta t$  ซึ่งรวมอยู่ในรูปของค่า  $\alpha$  โดย Forsythe และ Wasow (1960) ได้แนะนำให้ใช้ค่า  $\alpha$  ไม่เกิน  $\frac{1}{2}$  เนื่องจากถ้า  $\alpha$  มีค่ามากกว่า  $\frac{1}{2}$  จะทำให้เทอมที่ 2 ของสมการที่ (7) มีค่าติดลบซึ่งไม่ตรงกับความเป็นจริง และเพื่อความถูกต้องและแม่นยำของคำตอบมากขึ้น Forsythe และ Wasow (1960) ได้แนะนำให้ใช้ค่า  $\alpha = \frac{1}{6}$

### 3.2 อัตราการยุบอัดตัวคายน้ำ

เมื่อได้ค่าแรงดันน้ำส่วนเกินที่ตำแหน่งและเวลาใดๆ แล้วเราสามารถประมาณค่าอัตราการยุบอัดตัวคายน้ำเฉลี่ยที่เวลาใดๆ  $[U_{av}(t)]$  ของชั้นดินเหนียวได้โดยง่ายด้วยวิธี Finite Difference เช่นเดียวกัน



ภาพที่ 5 แสดงแรงดันน้ำส่วนเกินในชั้นดินเหนียวที่ถูกระบายออกไปแล้วและที่ยังเหลืออยู่

จากภาพที่ 5 ซึ่งแสดงลักษณะการกระจายตัวของแรงดันน้ำส่วนเกินในชั้นดินเหนียวในกรณีที่แรงดันน้ำส่วนเกินเริ่มต้น ( $u_0$ ) มีค่าคงที่ตลอดความลึกของชั้นดินเหนียว พื้นที่แรเงาทางด้านซ้ายของเส้นกราฟคือ ปริมาณแรงดันน้ำส่วนเกินที่ยังเหลืออยู่หลังจากเวลาผ่านไป  $t$   $[Area(u_e)]$  ส่วนพื้นที่ทางด้านขวาของเส้นกราฟคือ ปริมาณแรงดันน้ำส่วนเกินที่ถูกระบายออกไป

หมดแล้วหลังจากเวลาผ่านไป  $t$  ดังนั้น ปริมาณแรงดันน้ำส่วนเกินทั้งหมดที่เวลาเริ่มต้น ( $t=0$ ) คือ ผลบวกของพื้นที่ทางด้านซ้ายและด้านขวาของเส้นกราฟทั้งหมดซึ่งก็คือพื้นที่ทั้งหมดของรูปกราฟ  $[Area(u_0)]$  นั่นเอง โดยที่

$$Area(u_0) = \int_0^D u_0 dz \quad (8)$$

$$Area(u_t) = \int_0^D u_t dz \quad (9)$$

$$\text{และ } U_{av}(t) = 1 - \frac{Area(u_t)}{Area(u_0)} \quad (10)$$

การหาคำตอบของสมการที่ (8) และ (9) ด้วยวิธี Finite Differences โดยการใช้ Trapezoidal rule ผลของการอินทิเกรตจะได้ ดังนี้

$$\int_0^D u_e dz \approx \Delta z \left( \frac{1}{2} u_{e_0} + u_{e_1} + \dots + u_{e_{n-1}} + \frac{1}{2} u_{e_n} \right) \quad (11)$$

$$Area(u_0) = \Delta z \left[ \frac{1}{2} u_e(z_0, 0) + u_e(z_1, 0) + u_e(z_2, 0) + \dots + u_e(z_{n-1}, 0) + \frac{1}{2} u_e(z_n, 0) \right] \quad (12)$$

$$Area(u_{t_j}) = \Delta z \left[ \frac{1}{2} u_e(z_0, t_j) + u_e(z_1, t_j) + u_e(z_2, t_j) + \dots + u_e(z_{n-1}, t_j) + \frac{1}{2} u_e(z_n, t_j) \right] \quad (13)$$

โดยที่  $u_e(z_i, 0)$  = แรงดันน้ำส่วนเกินที่ตำแหน่ง  $z_i$  ณ เวลา  $t=0$   
 $u_e(z_i, t_j)$  = แรงดันน้ำส่วนเกินที่ตำแหน่ง  $z_i$  ณ เวลา  $t=t_j$

### 3.3 การหาค่าการทรุดตัว

เมื่อได้ค่าอัตราการยุบอัดตัวคายน้ำเฉลี่ยที่เวลาใดๆ แล้วสามารถหาค่าการทรุดตัวของชั้นดินเหนียวได้จากสมการที่ (14)

$$U_{av}(t) = \frac{S_c(t)}{S_c} \quad (14)$$

$$S_c = RR D \log \frac{\sigma'_p}{\sigma'_{v0}} + CR D \log \frac{\sigma'_{vf}}{\sigma'_p} \quad (15)$$

โดยที่  $S_c(t)$  = ค่าการทรุดตัวที่เวลา  $t$

$S_c$  = ค่าการทรุดตัวทั้งหมด

RR = Recompression Ratio

CR = Compression Ratio

$D$  = ความหนาของชั้นดินเหนียว

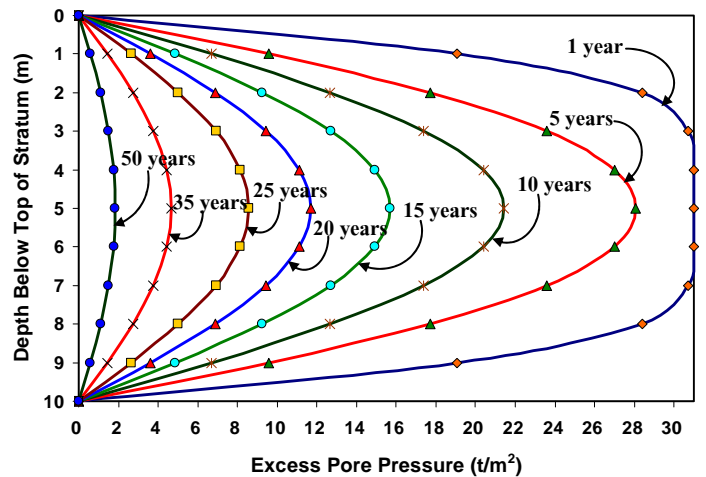
$\sigma'_p$  = Maximum Past Pressure

$\sigma'_{v0}$  = Overburden Pressure

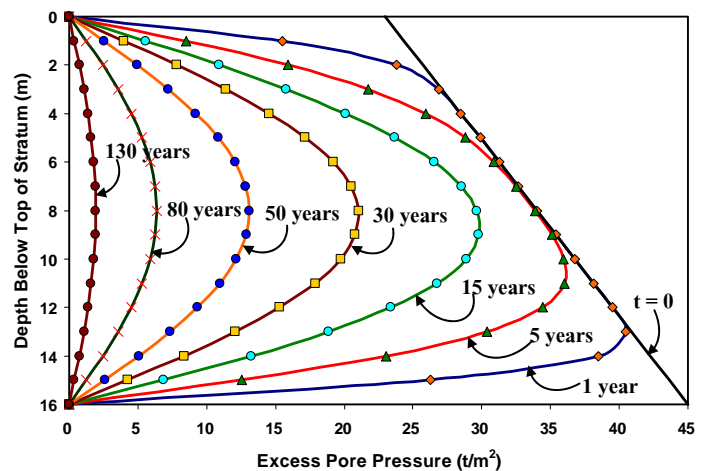
$\sigma'_{vf}$  = Final Pressure

### 3.4 ผลการวิเคราะห์

จากการวิเคราะห์ค่าแรงดันน้ำส่วนเกินในชั้นดินเหนียวที่เกิดจากการลดลงของระดับน้ำบาดาลได้ผลดังแสดงในภาพที่ 6(a)-6(c) ตามลักษณะการกระจายตัวของ  $u_0$  3 รูปแบบคือ คงที่ตลอดความลึก และเปลี่ยนแปลงเป็นเส้นตรงรูปสี่เหลี่ยมคางหมูและสามเหลี่ยมตามลำดับ โดยได้กำหนดให้ตัวแปรต่างๆ มีค่าดังนี้ ค่า  $C_v = 17 \text{ cm}^2/\text{day}$ ,  $\alpha = \frac{1}{6}$ ,  $\Delta z = 1 \text{ m}$  และชั้นดินเหนียวสามารถระบายน้ำได้อย่างอิสระทั้งที่ผิวบนและผิวล่าง

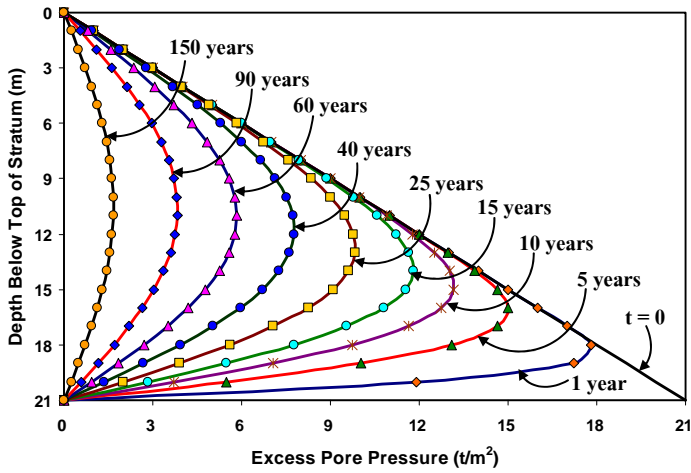


(a)  $u_0$  คงที่ตลอดความลึก

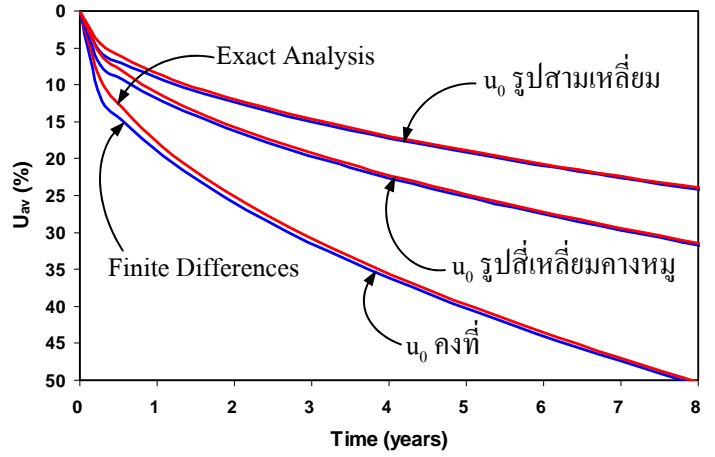


(b)  $u_0$  เปลี่ยนแปลงตามความลึกเป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู

ภาพที่ 6 ผลการวิเคราะห์ค่าแรงดันน้ำส่วนเกินในชั้นดินเหนียว ตามลักษณะการกระจายตัวของ  $u_0$  ในรูปแบบต่างๆ



(c)  $u_0$  เปลี่ยนแปลงตามความลึกเป็นรูปสามเหลี่ยม

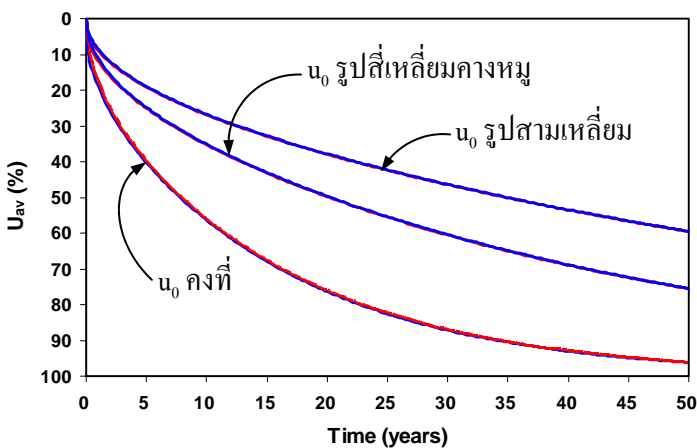


(b)

ภาพที่ 7 (ต่อ) ผลการวิเคราะห์อัตราการยุบอัดตัวคายน้ำเฉลี่ย

ภาพที่ 6 (ต่อ) ผลการวิเคราะห์แรงดันน้ำส่วนเกินในชั้นดินเหนียว ตามลักษณะการกระจายตัวของ  $u_0$  ในรูปแบบต่างๆ

และจากค่าแรงดันน้ำส่วนเกินนี้สามารถนำมาหาค่าอัตราการยุบอัดตัวคายน้ำเฉลี่ยที่เวลาใดๆ ได้โดยใช้วิธี Finite Differences เช่นเดียวกัน เปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยวิธี Exact Analysis ได้ผลดังแสดงในภาพที่ 7 จากภาพที่ 7(a) จะเห็นว่าผลการวิเคราะห์ค่า  $U_{av}$  ของ  $u_0$  ทั้ง 3 แบบด้วยวิธี Finite Differences และวิธี Exact Analysis จะมีความแตกต่างกันน้อยมาก โดยกราฟความสัมพันธ์ระหว่าง  $U_{av}$  กับเวลาที่ได้จากการวิเคราะห์ทั้ง 2 วิธีเกือบจะเป็นเส้นเดียวกัน แต่ในช่วงแรกๆ จะมีความแตกต่างของค่า  $U_{av}$  อยู่บ้างเล็กน้อย ดังแสดงในภาพที่ 7(b) ทั้งนี้เนื่องจากเกิดความไม่ต่อเนื่องที่ขอบเขตของชั้นดินจากการประมาณค่าแรงดันน้ำส่วนเกินในช่วงระยะเวลาเริ่มต้น ( $t = 0$ ) ซึ่งความแตกต่างของค่า  $U_{av}$  นี้ไม่ได้มีความสำคัญต่อค่าการทรุดตัวของชั้นดินมากนัก



(a)

ภาพที่ 7 ผลการวิเคราะห์อัตราการยุบอัดตัวคายน้ำเฉลี่ย

#### 4. สรุปผลการวิเคราะห์

การหาค่าการทรุดตัวของชั้นดินเหนียวเนื่องจากการลดระดับของน้ำบาดาลโดยใช้ Finite Differences ช่วยในการวิเคราะห์ค่าแรงดันน้ำส่วนเกินและอัตราการยุบอัดตัวคายน้ำที่อาศัยหลักการพื้นฐานทฤษฎีการยุบอัดตัวคายน้ำแบบ 1 มิติ ซึ่งมีสมมติฐานว่า ชั้นดินเหนียวอัดตัวด้วยน้ำมีเนื้อเดียวกันตลอดและค่าสัมประสิทธิ์ของการยุบอัดตัวมีค่าคงที่ตลอดช่วงของการยุบอัดตัว วิธีการนี้เป็นวิธีการที่ง่ายและสะดวกรวดเร็วให้ผลใกล้เคียงกับการวิเคราะห์ด้วยวิธี Exact Analysis เหมาะสำหรับการวิเคราะห์หาค่าการทรุดตัวของพื้นที่ที่มีการลดระดับของน้ำบาดาลเป็นบริเวณกว้างเพื่อแสดงผลในระบบ GIS

#### 5. เอกสารอ้างอิง

- [1] กรมทรัพยากรน้ำบาดาล กระทรวงทรัพยากรธรรมชาติและสิ่งแวดล้อม, 2547. รายงานฉบับสุดท้าย โครงการศึกษาผลกระทบจากการแก้ปัญหาการใช้ น้ำบาดาลเกินปริมาณสมดุลด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์.
- [2] วชิ รัมณรงค์, สมคิด บัวเพ็ง, สัมฤทธิ์ ชุมนท์ทัศน์ และอรนุช หล่อเพ็ญศรี, 2541. วิกฤตน้ำบาดาลและแผ่นดินทรุดในกรุงเทพมหานครและปริมณฑล รายงานวิชาการ ฉบับที่ 3
- [3] Das, B.M. 1983. *Advanced Soil Mechanics*. McGraw-Hill, Singapore.
- [4] Forsythe, G.E. and W.R. Wasow, 1960. *Finite-Difference Methods for Partial Differential Equations*. U.S.A.: John Wiley & Sons.
- [5] Perloff, W.H. and W. Baron, 1976. *Soil Mechanics : Principle and Application*. U.S.A.: John Wiley & Sons.
- [6] Terzaghi, K. 1943. *Theoretical Soil Mechanics*. John Wiley & Sons, U.S.A.